Formulation linéaire d’un problème de job-shop avec flux financiers

Sylverin Kemmoé Tchomté[1], Philippe Lacomme[2], Nikolay Tchernev[2], Alain Quilliot[2]

[1] CRCGM : Centre de Recherche Clermontois en Gestion et Management
36 bis Av. Côte Blatin, 63000 Clermont Ferrand Cedex, France
Sylverin.KEMMOE_TCHOMTE@u-clermont1.fr

[2] LIMOS : Laboratoire d’Informatique de Modélisation et d’Optimisation des Systèmes
Campus des Cézeaux, 63177 Aubière cedex, France
{lacomme, tchernev, quilliot}@isima.fr

Mots-clés *: chaîne logistique, job shop, contraintes financières, programme linéaire*

1 Présentation du problème

Dans cet article, nous traitons du problème de Job-Shop avec flux financiers. Ce problème modélise efficacement les chaines logistiques composées de différentes usines, chacune réalisant une partie spécifique dans le processus de production de la chaîne. L’introduction des aspects financiers dans les problèmes d’ordonnancement a été étudiée avec différentes fonctions objectifs, les principaux problèmes sont liés soit à la ressource d’investissement (appelé RIP : Resource Investment Problem [1]), soit au paiement (appelé PSP : Payment Scheduling Problem [2]).

En effet, il s’agit de la résolution conjointe de deux problèmes : un problème de job-shop (disjonction entre machines) et un deuxième de flot qui modélise les échanges financiers entre les usines. La résolution du problème de flot ajoute de nouvelles disjonctions entre machines pour modéliser des opérations dont les dates de début sont décalées dans le temps par manque de ressource financière.

2 Formulation mathématique

Nous proposons un programme linéaire mixte, du problème de Job-Shop avec flux financiers. Les paramètres et les variables utilisés sont les suivants : J : ensemble de produits finis ou de jobs, M ensemble des machines; S : ensemble de fournisseurs ; O_j : ensemble des opérations usines ou machines du produit fini j ; E : ensemble d’arcs tel que $(i_1, i_2) \in E$, i.e. l’opération usine i_2 commence son exécution après la fin de l’exécution de l’opération usine i_1 ; V : ensemble d’opérations usine à exécuter ; n_j : nombre d’opérations nécessaires pour fabriquer le produit fini j ; μ_i : usine dans laquelle l’opération i est traitée ; O_{ij} : $i^{ème}$ opération usine du produit j ; p_i : durée de traitement de l’opération i ; r_i^m : prix de vente de l’opération usine i à l’usine m ; c_{is}^m : ressource financière nécessaire pour exécuter l’opération i dans l’usine m pour le fournisseur s ; δ_i : le délai de paiement entre la date de fin de l’opération i et le versement de la contrepartie financière r_i ; R_m^0 la disponibilité financière initiale dans l’usine $m \in M$; Les variables sont : s_i la date de début de traitement de l’opération usine i ; φ_{ij}^k représente le nombre d’unités financières directement transférées de l’usine μ_i à l’usine μ_j avec $k = \mu_i = \mu_j$; x_{ij} est égal à 1 si l’opération j est exécutée après la fin de traitement de l’opération i. y_{ij} est égal à 1 si des unités de la ressource financière sont directement transférées de l’usine μ_i à l’usine μ_j.

$$\min C_{\max} \qquad (1)$$

$$\forall j \in V \cup \{t_2\} \forall k \in M \qquad \sum_{i \in V \cup \{s_k / k \in M\}} \varphi_{ij}^k = c_j \qquad (7)$$

$$\forall (i,j) \in E, \qquad x_{ij} = 1 \qquad (2)$$

$$\forall i \in V \cup \{t_1\} \forall k \in M \qquad \sum_{j \in V \cup \{t_k / k \in M\}} \varphi_{ij}^k \le r_i^k \qquad (8)$$

$\forall (i,j) \in E,$	$s_j - s_i \geq p_i$	(3a)	$\forall i \in V$	$C_{\max} \geq s_i + p_i$	(9)
$\forall i \in V, \forall j \in V / \mu_i = \mu_j,$	$s_j - s_i - H.x_{ij} \geq p_i - H + y_{ij}.\delta_i$	(3b)	$\forall i \in V \cup \{t_1\} \forall j \in V \cup \{t_2\}$	$x_{ij} \in \{0,1\}$	(10)
$\forall i \in V, \forall j \in V / \mu_i = \mu_j,$	$x_{ij} + x_{ji} = 1$	(4)	$\forall i \in V \cup \{t_1\} \forall j \in V \cup \{t_2\}$	$y_{ij} \in \{0,1\}$	(11)
$\forall i \in V \cup \{t_1\}$ $\forall j \in V \cup \{t_2\} \forall k \in M$	$\varphi_{ij}^k \leq H.x_{ij}$	(5a)	$\forall j \in V \cup \{t_2\} \forall k \in M$	$\sum_{i \in V \cup \{s_k / k \in M\}} \varphi_{ij}^k = c_j$	(7)
$\forall i \in V \cup \{t_1\} \forall j \in V \cup \{t_2\} \forall k \in M$	$\varphi_{ij}^k \leq H.y_{ij}$	(5b)	$\forall i \in V \cup \{t_1\} \forall k \in M$	$\sum_{j \in V \cup \{t_k / k \in M\}} \varphi_{ij}^k \leq r_i^k$	(8)
$\forall i \in V \cup \{t_1\} \forall j \in V \cup \{t_2\} \forall k \in M$	$y_{ij} \leq \varphi_{ij}^k$	(6)	$\forall i \in V$	$C_{\max} \geq s_i + p_i$	(9)

3 Résultats et analyse

Toutes les exécutions ont été réalisées avec le solveur Cplex 12 avec une durée limite de 86400s. La Table 1 donne les caractéristiques des instances (http://www.isima.fr/~lacomme/Financial_Job_Shop2.html). Hormis 5 instances (les instances 7, 8, 9, 12 et 15), toutes les solutions sont optimales (*).

Table 1 : Résultats

Instances	n_J	n_m	LB	Nb Contraintes	Nb de variables binaires	Nb de variables entières	S*	TT
LA01_Financial	10	5	666	2573	1142	556	666*	112.62
LA02_Financial	10	5	655	2573	1142	556	655*	11085.74
LA03_Financial	10	5	597	2573	1142	556	649*	81698.50
LA04_Financial	10	5	590	2573	1142	556	646*	34871.22
LA05_Financial	10	5	593	2573	1142	556	595*	8815.70
LA06_Financial	15	5	926	5538	2462	1206	926*	179.25
LA07_Financial	15	5	890	5538	2462	1206	894	86400.00
LA08_Financial	15	5	863	5538	2462	1206	888	86400.00
LA09_Financial	15	5	951	5538	2462	1206	959	86400.00
LA10_Financial	15	5	958	5538	2462	1206	958*	268.07
LA11_Financial	20	5	1222	9628	4282	2106	1222*	5884.33
LA12_Financial	20	5	1039	9628	4282	2106	1055	86400.00
LA13_Financial	20	5	1150	9628	4282	2106	1150*	239.49
LA14_Financial	20	5	1292	9628	4282	2106	1292*	579.33
LA15_Financial	20	5	1207	9628	4282	2106	1310	86400.00
LA16_Financial	10	10	945	5163	2292	1111	980*	108.99
LA17_Financial	10	10	784	5163	2292	1111	784*	23151.21
LA18_Financial	10	10	848	5163	2292	1111	883*	15166.17
LA19_Financial	10	10	842	5163	2292	1111	842*	322.59
LA20_Financial	10	10	902	5163	2292	1111	913*	5127.09
Moy.				5725.5	2544.5	1244.75		30981

4 Conclusions et perspectives

Cet article traite du problème de Job-Shop avec flux financiers. La formulation sous la forme d'un programme linéaire permet l'utilisation d'un solveur. Les résultats obtenus sont encourageants, les perspectives de ces travaux sont la mise en œuvre des heuristiques dédiées et la prise en compte des taux de change entre usines situées dans des zones monétaires différentes.

5 Références

[1] Najafi A.A., Taghi S. and Niaki A., A genetic algorithm for resource investment problem with discounted cash flow, Applied Mathematics and Computation, 183: 1057-1070, 2006.

[2] Ulusoy G. and Cebelli S. An equitable approach to the payment scheduling problem in project management, European Journal of Operational Research, 127: 262-278, 2000.